

## Zastosowanie analizy fraktalnej do oceny tkanki kostnej

### Use of fractal analysis for bone assessment

<sup>1</sup> Katedra i Klinika Chirurgii Stomatologicznej  
Uniwersytet Medyczny im. Karola Marcinkowskiego w Poznaniu

<sup>2</sup> Zakład Biomateriałów i Stomatologii Doświadczalnej  
Uniwersytet Medyczny im. Karola Marcinkowskiego w Poznaniu

#### Streszczenie

Odkąd Mandelbrot opublikował swoją koncepcję geometrii fraktalnej, analiza fraktalna została zastosowana w opisie różnorodnych struktur występujących w naturze oraz biosygnatów. Przy jej wykorzystaniu podjęto próby interpretacji takich biologicznych fenomenów jak tkanka nerwowa, system naczyniowy, elektryczne przewodnictwo serca oraz EEG. W stomatologii podejmuje się próby analizy struktury kości szczęk do oceny chorób przyzębia oraz osteoporozy. Wielu autorów wskazuje, że tkanka kostna ma budowę fraktalną, oraz że analiza fraktalna może być niedrogim i wygodnym narzędziem skriningowym, pomocnym w diagnostyce chorób ogólnoustrojowych powodujących zmiany w obrazie kości. Niniejsza praca przedstawia przegląd piśmiennictwa na temat zastosowania analizy fraktalnej do oceny tkanki kostnej.

**Słowa kluczowe:** wymiar fraktalny, obrazy radiologiczne, tkanka kostna.

#### Abstract

Since Mandelbrot announced the concept of the fractal geometry, fractal analysis has been used in the description of various structures found in nature and biosignals. It has been used to interpret biological phenomena such as nervous tissue, vascular system, the electrical conductivity of the heart and EEG. In dentistry, there have been many attempts to analyze the structure of jaw bones to assess periodontal disease and osteoporosis. Many authors indicate that bone tissue has a fractal structure, and that the fractal analysis can be inexpensive and convenient screening instrument in the diagnosis of systemic diseases that cause changes in the image of bones. This article is a review of applications of fractal analysis in bone evaluation.

**Key words:** fractal dimension, radiological images, bone tissue.

Ojcem geometrii fraktalnej jest Benoît B. Mandelbrot. To on w 1975 r. wprowadził słowo fraktal (łac. *fractus*) w kontekście analizy obiektów niepodlegających klasycznej geometrii. Słowo *fractus* oznacza „złamany”, „cząstkowy”. Fraktale to obiekty złożone o nieregularnym kształcie, cechujące się samopodobieństwem, co oznacza, że wyglądają podobnie niezależnie od użytego powiększenia [1, 2]. Koncepcja samopodobieństwa wyraża się w tym, że obraz składa się z kopii części samego siebie. Wiele struktur biologicznych wydaje się wykazywać cechy samopodobieństwa, przynajmniej w pewnym zakresie powiększeń. Właściwości te można zaobserwować niejednokrotnie w naturze. Przykładem mogą być linie brzegowe, chmury, skrzydła motyli, drzewa, sieć naczyniowa, system oskrzeli i oskrzelików w płucach, a także komórki nerwowe oraz tkanka kostna itd. [3]. Wymiar fraktalny jest ilościowym parametrem służącym do pomiarów złożoności badanych przedmiotów. Opisy fraktalne stosowane są do przetwarzania i analizy obrazów, w tym również medycznych. Goldberger opisał zastosowanie fraktali w kontekście ludzkiej

fizjologii i medycyny, Cross z kolei użył fraktali w dziedzinie patologii, Havlin wykorzystał tę teorię w biologii i medycynie, natomiast Heymans rozważał przydatność fraktali w badaniach biomedycznych [4, 5, 6, 7, 8].

Podstawowym pojęciem teorii fraktali jest wymiar fraktalny FD (*fractal dimension*). Charakteryzuje on stopień złożoności obiektów (geometrycznych, matematycznych, biologicznych, fizycznych) i procesów oraz przedstawia liczbowo, w jakim stopniu analizowany obiekt wypełnia przestrzeń. FD jest bardzo podobny do wymiaru Euklidesowego, jedyną różnicą jest fakt, że wymiar Euklidesowy wyrażany jest w liczbach całkowitych, natomiast FD w ułamkach dziesiętnych. FD jest więc znacznie lepszą metodą służącą do precyzyjnego komputerowego przetwarzania obrazów, podczas którego mamy do czynienia z czarnymi i białymi liniami oraz z niskimi poziomami szarości w każdej technice segmentacji analizowanego obrazu. Wymagany jest również wysoki poziom ostrości i wyrazistości obrazu [9]. Koncepcja samopodobieństwa jest wykorzystywana do obliczania wymiaru

fraktalnego. Jeżeli  $A$  jest sumą  $N(s)$  oddzielnych kopii samego siebie po skalowaniu czynnikiem  $s$ , to wymiar fraktalny  $FD$  wyrażony jest wzorem:

$$FD = \frac{\log N(s)}{\log\left(\frac{1}{s}\right)}$$

Równanie to może być bezpośrednio wykorzystane tylko dla fraktali geometrycznych.

W przetwarzaniu obrazu można posłużyć się wieloma sposobami przybliżonego szacowania wymiaru fraktalnego. Powstały liczne koncepcje do jego matematycznego obliczania. Większość algorytmów opiera się na teorii przekształcania wymiaru fraktalnego w formę liniową. Różnice polegają na szczegółach dotyczących struktury badanych obiektów [10, 11]. Najwięcej zastosowań znajdują warianty wymiaru pudełkowego (*box-counting*). Metoda ta jest głównie używana do ilościowej oceny beleczek kostnych oraz powierzchni szpiku kostnego. Aby obliczyć wymiar fraktalny tą metodą, należy umieścić badany obraz na regularnej siatce o wielkości pudełek  $s$ . Kolejnym krokiem jest policzenie, ile elementów siatki (pudełek) pokrywa obraz. W ten sposób otrzymujemy liczbę  $N(s)$  zależną od wymiarów elementów siatki. Następnie zmniejsza się wymiar pudełek  $s$  i po raz kolejny zliczane jest  $N(s)$ . Wykreślając zależność między  $\log N(s)$  oraz  $\log(1/s)$ , otrzymuje się punkty, do których można wykreślić prostą. Nachylenie otrzymanej prostej wyznacza wymiar pudełkowy  $FD$ . Średni wymiar fraktalny, który jest parametrem opisującym złożoność struktury, osiąga się dzięki uśrednieniu  $FD$  dla wszystkich możliwych ustawień siatki, ponieważ pozycja siatki ma wpływ na ilość pudełek zawierających fragmenty struktury [12, 13, 14].

Dzięki odpowiednim programom komputerowym z obrazu radiologicznego uzyskujemy macierz obrazu, gdzie stopnie szarości tworzą mniej lub bardziej skomplikowaną powierzchnię, której kształt daleki jest od gładkości. Określając ilościowo nieregularności, można rozróżnić dwa regiony zainteresowania. W przypadku obrazów medycznych wartości wymiaru fraktalnego mieszczą się w przedziale  $2,00 < FD < 3,00$ . Jest on miarą gładkości i regularności powierzchni [15].

W publikacjach z ostatnich lat wzrasta zainteresowanie możliwością wykorzystania analizy fraktalnej w wielu dziedzinach nauki, również w medycynie. W stomatologii podejmuje się próby analizy struktury kości szczęk do oceny chorób przyzębia oraz osteoporozy. Wielu autorów wskazuje, że tkanka kostna ma budowę fraktalną. Ilościowej oceny zmian w tkance kostnej można dokonać za pomocą wymiaru fraktalnego obrazów radiologicznych [16, 17, 18, 19]. Rozwój radiografii cyfrowej w powiązaniu z najnowszymi systemami

komputerowymi rozszerzył znacznie możliwości diagnostyczne. Umożliwił uzyskanie większej ilości informacji odnoszących się do trójwymiarowej struktury kości za pomocą technik przetwarzania i analizy obrazów cyfrowych [20, 21]. Pojawiły się doniesienia o możliwościach matematycznego określania parametrów tekstury rentgenowskiej, co wykazuje dodatnią korelację z wynikami analizy histomorfometrycznej tkanki kostnej [22, 23].

Pionierem w tej dziedzinie jest Ruttimann, który w swoich badaniach z udziałem kobiet cierpiących na osteoporozę udowodnił, że ocena wymiaru fraktalnego ( $FD$ ) kości wyrostka zębodołowego żuchwy jest związana z demineralizacją kości. Wymiar fraktalny wzrasta wraz ze wzrostem demineralizacji kości. W badaniach *in vivo* dowiódł, że wymiar fraktalny jest wyższy u kobiet w okresie postmenopauzalnym niż u kobiet przed menopauzą [24, 25]. Khosrovi potwierdził związek pomiędzy utratą wapnia z kości żuchwy a wzrostem  $FD$ . Wykazał, że analiza fraktalna może być używana w celu scharakteryzowania struktury beleczek kostnych [26]. Willding wykazał, że  $FD$  uzyskany z obrazów radiologicznych jest związany z różnicą gęstości beleczek kostnych. Orientacja tekstury na zdjęciu odpowiada rozmieszczeniu beleczek w kości. Autor potwierdza tezę, iż  $FD$  może być użytecznym wskaźnikiem zmian zachodzących w kości w przebiegu chorób związanych z utratą wapnia. Kość wyrostka zębodołowego zmienia się pod wpływem zakotwiczenia wszczepu dentystycznego, szczególnie w obszarze usytuowanego przy szyjce implantu. Te zmiany w kości mogą być widoczne jako rozrzedzenie tekstury na radiogramach, co oznacza spadek  $FD$  [27]. Southard z kolei badał *in vitro* kość wyrostka zębodołowego szczęki po zwiększonej dekalcyfikacji. Autor opisał zależność pomiędzy spadkiem  $FD$  przy wzrastającym uwapnieniu tkanki kostnej [28]. Prowadził również badania nad związkiem pomiędzy  $FD$  wyrostka zębodołowego żuchwy a gęstością kości żuchwy i kręgosłupa u królików z zaawansowaną osteoporozą. Odnotował, że  $FD$  kości żuchwy maleje wraz ze wzrostem zbiorczej dawki sterydowej, ale nie wpływało to na gęstość kości ani żuchwy, ani kręgosłupa [29]. Następnie badacz przeprowadził taki eksperyment na populacji zdrowych kobiet. Udowodnił dodatnią korelację pomiędzy  $FD$  uzyskanym na podstawie zdjęć radiologicznych kości wyrostka zębodołowego a gęstością kości żuchwy [30]. Chen badał, jak wpływa zmiana średnicy beleczek kostnych wyrostka zębodołowego na  $FD$ . Zaobserwował, że wraz ze zmniejszeniem średnicy beleczek kostnych wzrasta wymiar fraktalny [31]. Luo przekształcał obrazy 3D kości uzyskane dzięki tomografii komputerowej na dwuwymiarowe płaskie obrazy radiologiczne. Postępując się analizą fraktalną uzyskanych radiogramów, udowodnił, że używając tej metody, można dokonać oceny architektury tkanki kostnej. Analiza fraktalna zwykłych zdjęć radiologicznych

może stać się alternatywą dla kosztownych i specjalistycznych badań obrazowych [32]. Badania Pothuaud potwierdzają możliwość wnioskowania o danych architektonicznych odnoszących się do trójwymiarowej struktury na podstawie informacji zawartych w dwuwymiarowym filmie radiologicznym [33]. Bollen porównywał FD uzyskany ze zdjęć okołowierzchołkowych z FD ze zdjęć pantomograficznych wykonywanych zarówno w szczęcie, jak i w żuchwie. Podczas tych badań udowodnił, że FD mierzony z pantomogramów jest niższy aniżeli ze zdjęć okołowierzchołkowych. FD jest wyższy na obydwu rodzajach zdjęć u pacjentów z cienką zerodowaną blaszką zbitą wyrostka zębodołowego żuchwy. Badania te potwierdzają, że FD wzrasta, kiedy maleje masa kości [34]. Heo oceniał proces gojenia kości po zabiegach ortognatycznych przy użyciu analizy fraktalnej. Wykonywał serię zdjęć pantomograficznych zarówno przed, jak i po operacji (1–2 dni; 1, 6, 12 miesięcy). FD uzyskiwał przy wykorzystaniu metody wymiaru pudełkowego (*box-counting method*). Udowodnił, że FD malał szybko po zabiegu, następnie stopniowo wzrastał z upływem czasu. Po 12 miesiącach gojenia FD miał podobne wartości jak przed operacją. Wyniki badacza sugerują, iż FD może być użyty do oceny procesu gojenia się kości po zabiegach chirurgicznych [35]. Jolley określał gęstość beleczek kostnych w okolicy siekaczy centralnych w szczęcie na podstawie zdjęć okołowierzchołkowych. Badania te udowadniają, że pomiar FD uzyskany ze zdjęć okołowierzchołkowych jest wiarygodną metodą określającą zmiany zachodzące w kości wyrostka zębodołowego w przebiegu różnych chorób kości [36]. Również Kyung-Hoe potwierdził, że analiza fraktalna beleczkowej struktury kostnej szczęk przy użyciu wewnątrzustnych zdjęć cyfrowych może być wykorzystywana do oceny zmian patologicznych oraz jakości kości przed zabiegami implantologicznymi. Jest to niedrogie i wygodne narzędzie skринingowe służące w diagnostyce chorób ogólnoustrojowych powodujących zmiany w obrazie kości. Dzięki programom komputerowym do automatycznej obróbki obrazów radiologicznych jest możliwe obliczenie wymiaru fraktalnego oraz opisanie kształtu beleczek kostnych [37]. Alman także dowiódł w swoich badaniach, że zdjęcia pantomograficzne można zastosować w badaniach skринingowych osteopenii oraz że FD może być cennym narzędziem skринingowym [38].

### Podsumowanie

W publikacjach z ostatnich lat wzrasta zainteresowanie możliwością wykorzystania analizy fraktalnej w wielu dziedzinach nauki, w tym również w medycynie i stomatologii. Rozwój radiografii cyfrowej w powiązaniu z najnowszymi systemami komputerowymi rozszerzył znacznie możliwości diagnostyczne chorób ogólnoustrojowych powodujących zmiany w obrazie tkanki kostnej. Za

pomocą technik przetwarzania i analizy obrazów cyfrowych możemy uzyskać większą ilość informacji odnoszących się do trójwymiarowej struktury kości.

### Piśmiennictwo

- [1] Mandelbrot BB. The fractal geometry of nature. In: New York: WH Freeman and Company. 1983:25–33.
- [2] Kuczyński K: Klasyfikacja obrazów radiologicznych na podstawie wymiaru fraktalnego, Scientific Bulletin of Chełm, Section of Mathematics and Computer Science. 2008;1
- [3] Michalak S, Pierzchlewicz K, Pietrzak A, Kozubski W. Analiza fraktalna w ocenie doświadczalnego uszkodzenia bariery krew-mózg. Neuroskop. 2011;13:106–111.
- [4] Goldberger AL, West BJ. Fractals in physiology and medicine. Yale J Biol Med. 1987;60:421–435.
- [5] Goldberger AL, Rigney DR, West BJ. Chaos and fractals in human physiology. Sci Am. 1990;262:42–49.
- [6] Cross S. Fractals in pathology. J Pathol. 1997;182:1–8.
- [7] Havlin S, Buldyrev SV, Goldberger AL, Mantegna RN, Ossadnik SM, Peng CK. Fractals in biology and medicine. Chaos Soliton Fract. 1995;6:171–201.
- [8] Heymans O, Fissette J, Vico P, Blacher S, Masset D, Broeers F. Is fractal geometry useful in medicine and biomedical sciences. Med Hypotheses. 2000;54:360–6.
- [9] Feltrin GP, Stramare R, Miotto D, Giacomini D, Sacca-vini C. Bone Fractal Analysis. Curr Osteoporos Rep. 2004;2:53–58.
- [10] Smith TG, Lange GD, Marks WB. Fractal methods and results in cellular morphology – dimensions, lacunarity and multifractals. J Neurosci Meth. 1996;69:123–136.
- [11] Geraets WG, van der Stelt PF. Fractal properties of bone. Dentomaxillofaci Rad. 2000;29:144–153.
- [12] Kuczyński K. Klasyfikacja obrazów radiologicznych na podstawie wymiaru fraktalnego, Scientific Bulletin of Chełm, Section of Mathematics and Computer Science. 2008;1
- [13] Michalak S, Pierzchlewicz K, Pietrzak A, Kozubski W. Analiza fraktalna w ocenie doświadczalnego uszkodzenia bariery krew-mózg; Neuroskop. 2011;13:106–111.
- [14] Piechota M, Romanowska-Pawliczek A, Sotys Z. Analiza fraktalna w badaniu morfologii komórek tkanki nerwowej: Metody i problemy. Episteme. 2007;5:11–28.
- [15] Sobolewska-Siemieniuk M, Grabowska SZ, Oczeretko E, Kitlas A, Borowska M. Analiza fraktalna obrazów radiologicznych żuchwy w obszarze zębów reinkludowanych. Czas Stomatol. 2007;60(9):593–600.
- [16] Lynch JA, Hawkes DJ, Buckland-Wright JC. Analysis of texture in macroradiographs of osteoarthritic knees using the fractal signature. Phys Med Biol. 1991;36:709–722.
- [17] Oczeretko E, Rogowski F. Wymiar fraktalny i jego zastosowanie w biologii i medycynie. Probl Med Nukl. 1992;6:205–212.
- [18] Oczeretko E, Popko J, Rogowski F, Zwierz W. Analiza fraktalna obrazów radiologicznych stawów biodrowych pacjentów z chorobą zwyrodnieniową. Post Osteoartrol. 1998;10:38–45.
- [19] Redford M, Webber RL, Horton G, Tell G. Fractal dimension as a measure of clinical changes in alveolar bone. J Dent Res. 1994;73:390–398.
- [20] Thun-Szretter K, Markiewicz H, Czerwiński K, Leitner D. Systemy cyfrowego obrazowania rentgenowskiego radiologii stomatologicznej – alternatywa zdjęć zewnątrzustnych zębowych. Czas Stom. 1996;69(8):579–585.
- [21] Fourmoussis I, Brägger U, Bürgin W, Tonetti M, Lang NP. Digital image processing. I. Evaluation of gray level correction methods in vitro. Clin Oral Implants Res. 1994;5:37–47.
- [22] Kozakiewicz M, Stefańczyk M, Materka A. Krótkie łańcuchy podobnych punktów obrazu w radioteksturze kości wyrostka zębodołowego szczęki i części zębodołowej żuchwy u człowieka. Pol Merk Lek. 2007;23(135):200–205.

- [23] Chappard D, Guggenbuhl P, Legrand E, Baslé MF, Audran M. Texture analysis of X-ray radiographs is correlated with bone histomorphometry. *J Bone Miner Metab.* 2005;23:24–29.
- [24] Ruttiman UE, Webber RL, Hazelrig JB. Fractal dimension from radiographs of peridental alveolar bone: a possible diagnostic indicator of osteoporosis. *Oral Surg Oral Med Oral Pathol.* 1992;74:98–110.
- [25] Kuklinski WS, Chandra K, Ruttimann UE, Webber RL. Application of fractal texture analysis to segmentation of dental radiographs. *SPIE Proceeding on Medical Imaging III.* 1989;1092:111–117.
- [26] Khosrovi PM, Kahn AJ, Majumdar HK, Genant CA. Fractal analysis of dental radiographs to assess trabecular bone structure. *J Dent Res.* 1995;74:173–179.
- [27] Wilding RJ, Slabbert JC, Kathree H, Owen CP, Crombie K, Delpont P. The use of fractal analysis to reveal remodelling in human alveolar bone following the placement of dental implants. *Arch Oral Biol.* 1995;40:61–72.
- [28] Southard TE, Southard KA, Jakobsen JR, Hillis SL, Najim CA. Fractal dimension in radiographic analysis of alveolar process bone. *Oral Surg Oral Med Oral Pathol Oral Radiol Endod.* 1996;82:576–596.
- [29] Southard TE, Southard KA, Krizan KE, Hillis SL, Haller JW, Keller J. Mandibular bone density and fractal dimension in rabbits with induced osteoporosis. *Oral Surg Oral Med Oral Pathol Oral Radiol Endod.* 2000;89:244–249.
- [30] Southard KA, Southard TE, Schlechte JA, Meis PA. The relationship between the density of the alveolar processes and postcranial bone. *J Dent Res.* 2000;79:964–969.
- [31] Chen SK, Chen CM. The effects of projection geometry and trabecular texture on estimated fractal dimensions in two alveolar bone models. *Dentomaxillofac Radiol.* 1998;27:270–274.
- [32] Luo G, Kinney JH, Kaufman JJ, Haupt D, Chiabrera A, Siffert RS. Relationship between plain radiographic patterns and three-dimensional trabecular architecture in the human calcaneus. *Osteoporosis Int.* 1999;9:339–345.
- [33] Pothuau L, Benhamou CL, Porion P, Lespessailles E, Harba R, Levitz P. Fractal dimension of trabecular bone projection texture is related to three dimensional microarchitecture. *J Bone Miner Res.* 2000;15:691–699.
- [34] Bollen AM, Taguchi A, Hujuel PP, Hollender LG. Fractal dimension on dental radiographs. *Dentomaxillofac Radiol.* 2001;30:270–275.
- [35] Heo MS, Park KS, Lee SS, Choi SC, Koak JY, Heo SJ, Han CH, Kim JD. Fractal analysis of mandibular bony healing after orthognathic surgery. *Oral Surg Oral Med Oral Pathol Oral Radiol Endod.* 2002;94:763–767.
- [36] Jolley L, Majumdar S, Kapila S. Technical factors in fractal analysis of periapical radiographs. *Dentomaxillofac Radiol.* 2006;35:393–397.
- [37] Huh KH, Baik JS, Yi WJ, Heo MS, Lee SS, Choi SC, Lee SB, Lee SP. Fractal analysis of mandibular trabecular bone: optimal tile sizes for the tile counting method. *Imaging Sci Dent.* 2011;41:71–78.
- [38] Alman AC, Johnson LR, Calverley DC, Grunwald GK, Letzotte DC, Hokanson JE. Diagnostic capabilities of fractal dimension and mandibular cortical width to identify men and women with decreased bone mineral density. *Osteoporosis Int.* 2012;23:1631–1636.

Adres do korespondencji:  
Katedra i Klinika Chirurgii Stomatologicznej Uniwersytetu Medycznego w Poznaniu  
ul. Bukowska 70, 60-812 Poznań  
tel.: 61 854 70 77  
e-mail: joanna\_pluskota@poczta.fm